

## अध्याय 2

# बहुपद

### महत्वपूर्ण बिन्दु

1. 1, 2 तथा 3 घातांक वाले बहुपद क्रमशः रैखिक, द्विघात एवं त्रिघात बहुपद कहलाते हैं।
2. एक द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के रूप में होता है जबकि  $a, b$  तथा  $c$  वास्तविक संख्याएं हैं तथा  $a \neq 0$  हैं।
3. बहुपद के शून्यक बिन्दुओं के  $x$  निर्देशांक हैं जहाँ  $y = p(x)$ ,  $x$  - अक्ष को प्रतिच्छेद करती हैं। अर्थात्  $x = a$  बहुपद  $p(x)$  का शून्यक होगा यदि  $p(a) = 0$  है।
4. बहुपद के ज्यादा से ज्यादा उतने शून्यांक हो सकते हैं जितनी बहुपद की घात है।
5. द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के लिए ( $a \neq 0$ )

शून्यकों का योग =  $-\frac{b}{a}$

शून्यकों का गुणनफल =  $\frac{c}{a}$ .

6. **विभाजन एल्गोरिदम :** किन्हीं दो बहुपदों  $p(x)$  तथा  $g(x)$  के लिए अन्य बहुपद  $q(x)$  तथा  $r(x)$  इस प्रकार हैं

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x), \text{ जबकि } g(x) \neq 0$$

जब  $r(x) = 0$  या  $r(x)$  की घातांक  $< g(x)$  की घातांक

## बहु विकल्पीय प्रश्न

7. बहुपद  $x^2 + 1$  के ..... शून्यक हैं।

  - (a) केवल एक वास्तविक
  - (b) कोई वास्तविक नहीं
  - (c) केवल दो वास्तविक
  - (d) एक वास्तविक और एक अवास्तविक

8. यदि  $\alpha, \beta$  बहुपद  $f(x) = x^2 + x + 1$  के शून्यक हैं  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \dots$  तो  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \dots$

  - (a) 1
  - (b) -1
  - (c) 0
  - (d) कोई नहीं

9. यदि समीकरण  $g(x) = (x^2 + 4)x^2 + 13x + 4k$  का एक शून्यक दूसरे शून्यक का व्युत्क्रम है तो  $k = \dots$

  - (a) 2
  - (b) -2
  - (c) 1
  - (d) -1

10. यदि बहुपद  $3x^2 + ax - 14$  और  $2x - b$  का शून्यक 2 हो तो  $a - 2b$  का मान ..... है।

  - (a) -2
  - (b) 7
  - (c) -8
  - (d) -7

11. यदि बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के दोनों शून्यक एक दूसरे के व्युत्क्रम हों तो

  - (a)  $a = c$
  - (b)  $a = b$
  - (c)  $b = c$
  - (d)  $a = -c$

12. बहुपद  $f(x) = (x - 5)(x^2 - x - 6)$  के शून्यक हैं—

  - (a) -2, +3, 5
  - (b) -2, -3, -5
  - (c) 2, -3, -5
  - (d) 2, 3, 5

13.  $y = ax^2 + bx + c$  का ग्राफ  $x$ -अक्ष को दो भिन्न बिन्दुओं पर काटता है यदि

  - (a)  $b^2 - 4ac > 0$
  - (b)  $b^2 - 4ac < 0$
  - (c)  $b^2 - 4ac = 0$
  - (d) कोई नहीं

## लघु उत्तरीय प्रश्न

14. यदि  $\alpha$  तथा  $\beta$  बहुपद  $2x^2 + 7x - 3$  के शून्यक हैं, तो शून्यकों के प्रतिलोमों का योग ज्ञात कीजिए।

15. यदि  $\alpha, \beta$  बहुपद  $p(x) = x^2 - a(x+1) - f$  के शून्यक हैं और  $(x+1)(\beta+1) = 0$  तो  $f$  मान ज्ञात कीजिए।

16.  $\alpha, \beta$  बहुपद  $x^2 - (k+6)x + 2(2k-1)$  के शून्यक हैं तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए  
यदि  $\alpha + \beta = \frac{1}{2} \alpha\beta$ .

17. यदि  $(x+a)$ , बहुपद  $2x^2 + 2ax + 5x + 10$  का गुणनखण्डन है तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

18. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक  $(5 - 3\sqrt{2})$  और  $(5 + 3\sqrt{2})$  हों।

19. यदि  $\frac{1}{5}$  तथा  $-2$  किसी द्विघात बहुपद के क्रमशः शून्यकों के गुणन तथा योग हैं तो बहुपद ज्ञात कीजिए।

20. बहुपद  $\sqrt{3}x^2 - 8x + 4\sqrt{3}$  के शून्यक ज्ञात कीजिए।

21. यदि  $(x+k)$ , बहुपदों  $x^2 - 2x - 15$  और  $x^3 + a$  का गुणनखण्ड है तो  $k$  तथा  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

22. एक द्विघाती बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक  $(2 + \sqrt{5})$  हो और शून्यकों का योग 4 हो।

23.  $kx^2 + 3k + 2x$  के शून्यकों का योग उनके गुणन के बराबर है।  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।

24. यदि  $4x^2 - 9 - 8kx$  का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम है तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

25.  $6x^2 - 3 - 7x$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणाकों के सम्बन्ध की सत्यता की जाँच कीजिए।
26. बहुपद  $(a^2 + a)x^2 + 13x + 6a$  का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम है तो  $a$  के मान ज्ञात कीजिए।
27. बहुपद  $(2x^2 + px) - 15$  का एक शून्यक  $(-5)$  है। द्विघात बहुपद  $p(x^2 + x) + k$  के दोनों शून्यक समान हैं तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
28.  $k$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बहुपद  $3x^2 + 2kx + x - 5$  के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा है।
29.  $f(x) = 2x^4 - 5x^3 + x^2 + 3x - 2$  को  $g(x)$  से भाग देने पर भागफल  $q(x) = 2x^2 - 5x + 3$  तथा शेषफल  $r(x) = -2x + 1$  प्राप्त होते हैं।  $g(x)$  ज्ञात कीजिए।
30. यदि  $(x-2)$ , बहुपद  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$  के गुणनखण्डों में से एक है तो शेष गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।
31. यदि  $\alpha, \beta$  बहुपद  $x^2 - 5x + k$  के शून्यक हैं और  $\alpha - \beta = 1$  तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
32. यदि  $\alpha, \beta$  बहुपद  $2x^2 + 5x + k$  के शून्यक हैं तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$ .
33.  $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$  के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए। यदि इसके दो शून्यक 3 और 1 हैं।
34.  $4x^4 - 20x^3 + 23x^2 + 5x - 6$  के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि 2 और 3 इसके दो शून्यक हैं।

35. यदि  $(2 + \sqrt{3})$  और  $(2 - \sqrt{3})$  बहुपद  $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 36x - 9$  के शून्यक हैं तो शेष शून्यक ज्ञात कीजिए।
36.  $8x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 8$  में से क्या घटाया जाए कि प्राप्त बहुपद  $4x^2 + 3x - 2x$  से पूर्णतया विभाजित हो।
37.  $4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$  में  $p(x)$  जोड़ने पर प्राप्त बहुपद  $(x^2 + 2x - 3)$  से पूर्णतया विभाजित होता है।  $p(x)$  ज्ञात कीजिए।
38.  $a$  तथा  $b$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $x^4 + x^3 + 8x^2 + ax + b$  बहुपद  $(x^2 + 1)$  का गुणज है।
39. यदि बहुपद  $6x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 21x + 7$  को  $3x^2 + 1 + 4x$  से विभाजित करें तो शेषफल  $r(x) = ax + b$  है।  $a$  तथा  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।
40.  $2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$  के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि  $x \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$  इसके दो गुणनखण्ड हैं।
41.  $x^4 - 3x^3 - x^2 + 9x - 6$  के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि  $-\sqrt{3}$  और  $\sqrt{3}$  इसके दो शून्यक हों।
42. यदि  $(x^3 - 3x + 1)$  बहुपद  $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$  का एक गुणनखण्ड है तो शेष दो गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।
43. बहुपद  $ax^2 + bx + c$  का ग्राफ क्या दर्शाता है? यह किस प्रकार का ग्राफ है यदि (i)  $a > 0$  (ii)  $a < 0$ ? क्या होगा यदि  $a = 0$  हो तो?

### उत्तरमाला

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. $b$ | 2. $a$ |
| 3. $a$ | 4. $b$ |
| 5. $a$ | 6. $c$ |

7.  $b$       8.  $b$   
 9.  $a$       10.  $d$   
 11.  $a$       12.  $a$   
 13.  $a$       14.  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{7}{3}$   
 15. 1      16.  $k = 7$   
 17.  $p = 2$       18.  $x^2 - 10x + 7$   
 19.  $x^2 + 2x + \frac{1}{5}$       20.  $2\sqrt{3}, \frac{2}{3}\sqrt{3}$   
 21.  $k = -5, 3$  and  $a = 125, 27$       22.  $x^2 - 4x - 1$   
 23.  $\frac{-3}{2}$       24. 0  
 25.  $-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}$       26. 5  
 27.  $p = 7, k = \frac{7}{4}$       28.  $k = 1$   
 29.  $g(x) = x^2 - 1$       30.  $-2, 3$   
 31.  $k = 6$       32.  $k = 2$   
 33.  $-2, -1$       34.  $-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$   
 35.  $\pm 3$       36.  $14x - 10$   
 37.  $61x - 65$   
 38.  $r(x) = 0 \Rightarrow (a - 1)x + (f - 7) = 0 \Rightarrow a = 1$  and  $f = 7$   
 39.  $r(x) = x + 2 = ax + b \Rightarrow a = 1$  and  $b = 2$   
 40.  $2, -1, \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$   
 41.  $\pm\sqrt{3}, 1, 2$       42.  $(x - 1), (x + 1)$   
 43. एक परवलय वक्र, (i) ऊर्ध्व मुखी परवलय, (ii) अधो मुखी परवलय, सरल रेखा।