

### अध्याय 3

## निर्देशांक ज्यामिति

### महत्वपूर्ण बिन्दु

1. दो बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  को जोड़ने पर रेखाखण्ड की लम्बाई दोनों बिन्दुओं के बीच की दूरी  $AB$  होती है। जो कि  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .
2. बिन्दु  $P(x, y)$  की मूलबिन्दु  $(0,0)$  से दूरी  $\sqrt{x^2 + y^2}$  होती है तथा  $x$ -अक्ष से दूरी  $y$ -इकाई व  $y$ -अक्ष से दूरी  $x$ -इकाई होती है।
3. बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु  $P(x,y)$ ,  $m_1 : m_2$  के अनुमात में आंतरिक रूप से विभाजित करता है तो

$$\left( \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

(चारों की संख्या कम करने के लिए  $m_1 : m_2$  की जगह  $k : 1$  लिया जा सकता है।)

4. दो बिन्दुओं  $P(x_1, y_1)$  और  $Q(x_2, y_2)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक होते हैं।

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

5. तीन बिन्दुओं  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  और  $(x_3, y_3)$  को जोड़ने पर प्राप्त त्रिभुज के क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान इस प्रकार है।

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)].$$

6. उपरोक्त तीन बिंदु यदि संरेखी होंगे तो इनसे कोई त्रिभुज नहीं बनेगा। अतः क्षेत्रफल शून्य होगा अर्थात्

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

### बहु विकल्पीय प्रश्न

1.  $x$  अक्ष पर कोई बिन्दु 'p'  $y$  अक्ष के बांयी ओर 3 इकाई की दूरी पर है।  $p$  के निर्देशांक हैं—
 

(a) (3, 0)	(b) (0, 3)
(c) (-3, 0)	(d) (0, -3)
2. बिन्दु  $p(3, -2)$  की  $y$ -अक्ष से दूरी है—
 

(a) 3 इकाई	(b) 2 इकाई
(c) -2 इकाई	(d) $\sqrt{13}$ इकाई
3. दो बिन्दुओं के निर्देशांक  $(6, 0)$  और  $(0, -8)$  हैं। इसके मध्य बिन्दु के निर्देशांक हैं—
 

(a) (3, 4)	(b) (3, -4)
(c) (0, 0)	(d) (-4, 3)
4. यदि बिन्दुओं  $(4, 0)$  और  $(0, x)$  के बीच की दूरी 5 इकाई हों तो  $x$  का मान है—
 

(a) 2	(b) 3
(c) 4	(d) 5
5. उस बिन्दु के निर्देशांक जहां रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 7$   $y$ -अक्ष को प्रतिच्छेद करती है—
 

(a) $(a, 0)$	(b) $(0, b)$
(c) $(0, 2b)$	(d) $(2a, 0)$

6. त्रिभुज  $OAB$ , का क्षेत्रफल है, यदि  $A(4, 0)$   $B(0, -7)$  तथा  $O$  मूल बिन्दु हैं—
- (a) 11 वर्ग इकाई
  - (b) 18 वर्ग इकाई
  - (c) 28 वर्ग इकाई
  - (d) 14 वर्ग इकाई
7. बिन्दुओं  $P\left(-\frac{11}{3}, 5\right)$  और  $Q\left(-\frac{2}{3}, 5\right)$  के बीच की दूरी है—
- (a) 6 इकाई
  - (b) 4 इकाई
  - (c) 3 इकाई
  - (d) 2 इकाई
8. यदि रेखा  $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$  अक्षों को  $P$  और  $Q$ , पर प्रतिच्छेद करे तो  $PQ$  के मध्य बिन्दु के निर्देशांक हैं—
- (a) (1, 2)
  - (b) (2, 0)
  - (c) (0, 4)
  - (d) (2, 1)
9. त्रिभुज  $ABC$  के  $A$  शीर्ष के निर्देशांक  $(-4, 2)$  हैं और  $D(2, 5)$ ,  $BC$  का मध्य बिन्दु है।  $\Delta ABC$  के केन्द्रक के निर्देशांक हैं—
- (a) (0, 4)
  - (b)  $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$
  - (c)  $\left(-2, \frac{7}{3}\right)$
  - (d) (0, 2)
10. रेखाओं  $2x + 4 = 0$  तथा  $x - 5 = 0$  के बीच की दूरी है—
- (a) 9 इकाई
  - (b) 1 इकाई
  - (c) 5 इकाई
  - (d) 7 इकाई
11. बिन्दुओं  $(5 \cos 35^\circ, 0)$  और  $(0, 5 \cos 55^\circ)$  के बीच की दूरी है—
- (a) 10 इकाई
  - (b) 5 इकाई
  - (c) 1 इकाई
  - (d) 2 इकाई

12. बिन्दु  $(-4, 0), (4, 0)$  और  $(0, 3)$  शीर्ष हैं –
- (a) समकोण त्रिभुज
  - (b) समद्विबाहु त्रिभुज
  - (c) समबाहु त्रिभुज
  - (d) विषम बाहु त्रिभुज
13. बिन्दुओं  $(0, 0), (2, 0)$  तथा  $(0, 2)$  से बने त्रिभुज का परिमाप है –
- (a)  $4$  इकाई
  - (b)  $6$  इकाई
  - (c)  $6\sqrt{2}$  इकाई
  - (d)  $4 + 2\sqrt{2}$  इकाई
14.  $AOBC$  एक आयत है जिसके शीर्ष  $A(0, 3), O(0, 0), B(5, 0)$  है इसकी विकर्ण की लम्बाई ..... इकाई है।
- (a)  $5$
  - (b)  $3$
  - (c)  $\sqrt{34}$
  - (d)  $4$
15. बिन्दुओं  $(9, a), (b, -4)$  तथा  $(7, 8)$  से बने त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक  $(6, 8)$  हैं, तो  $(a, b)$  हैं –
- (a)  $(4, 5)$
  - (b)  $(5, 4)$
  - (c)  $(5, 2)$
  - (d)  $(3, 2)$

### लघु उत्तरीय प्रश्न

16. यदि बिन्दु  $(3, a)$  रेखा  $2x - 3y = 5$  पर स्थित हो तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।
17. बिन्दु  $P(3, 2)$  से एक रेखा  $x$ -अक्ष के समान्तर खींची जाती है इस रेखा की  $x$ -अक्ष से दूरी क्या होगी?
18. यदि बिन्दु  $(3, 5)$  और  $(7, 1)$  बिन्दु  $(a, 0)$  से समदूरस्थ हों तो  $a$  का मान क्या होगा?
19. सिद्ध कीजिए की बिन्दु  $(0, a), \left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}\right)$  और  $(b, 0)$  संरेखीय है।
20.  $AB$  एक वृत्त का व्यास है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है। यदि  $A$  के निर्देशांक  $(3, -4)$  हो तो  $B$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए?

21.  $\triangle ABC$  के दो शीर्ष  $A(3, 2)$  और  $B(-2, 1)$  हैं इसके केन्द्रक  $G$  के निर्देशांक  $\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$  हैं। तीसरे शीर्ष  $C$  के निर्देशांक निकालिए।
22.  $p$ , के किस मान के लिए, बिन्दु  $(-3, 9), (2, p)$  और  $(4, -5)$  संरेखीय हैं?
23. यदि बिन्दु  $(x, y)$  बिन्दुओं  $(7, 1)$  और  $(3, 5)$  से समदूरस्थ हो तो  $x$  और  $y$  में सम्बन्ध स्थपित कीजिए।
24. यदि  $P$  और  $Q$  बिन्दुओं  $A(1, -2)$  और  $B(-3, 4)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को त्रिभाजित करते हैं, तो बिन्दु  $P$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
25. यदि बिन्दुओं  $(x, 2)$  और  $(3, 4)$  के बीच की दूरी  $\sqrt{8}$  इकाई हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।
26. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक  $(1, -1), (-3, 5)$  और  $(2, -7)$  हैं।
27.  $Y$ -अक्ष पर उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(-2, 5)$  और  $(2, -3)$  से समदूरस्थ हो।
28. बिन्दुओं  $(5, 7)$  तथा  $(3, 9)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु और  $(8, 6)$  तथा  $(a, b)$  को जोड़ने वाले रेखा खण्ड का मध्य बिन्दु समान है।  $a$  और  $b$  के मान ज्ञात कीजिए।
29. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(1, 3)$  तथा  $(2, 7)$  का मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $3 : 4$  के अनुपात में विभाजित करता है।
30.  $x$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिन्दू  $P(2, 3)$  और  $Q(x, 5)$  के बीच की दूरी  $10$  इकाई है।
31. बिन्दु  $K(1, 2)$  बिन्दुओं  $E(6, 8)$  और  $F(2, 4)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के लम्ब समद्विभाजक पर स्थित है। बिन्दु  $K$  की रेखाखण्ड  $EF$  से दूरी ज्ञात कीजिए।
32. त्रिभुज  $ABC$  के शीर्षों के निर्देशांक  $A(-1, 3), B(1, -1)$  और  $C(5, 1)$  हैं। शीर्ष  $A$  से खींची गई माध्यिका की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

33. बिन्दुओं  $A(a, b)$  और  $B(b, a)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए यदि  $a - b = 4$  हो।
34. एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्षों के निर्देशांक क्रम से लेने पर  $(-3, 1), (1, 1)$  और  $(3, 3)$  हैं। चौथे शीर्ष के निर्देशांक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
35. त्रिभुज  $ABC$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें  $AB = AC$  तथा शीर्ष  $A, y$ -अक्ष पर स्थित है। यदि बिन्दु  $B$  और  $C$  के निर्देशांक क्रमशः  $(-5, -2)$  तथा  $(3, 2)$  हैं, शीर्ष  $A$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
36. यदि  $A(3, 0), C(-1, 4)$  और  $D(-2, -1)$  किसी तल में चार बिन्दु हैं तो दर्शाइये कि  $ABCD$  एक समलम्ब चतुर्भुज तो है पर वर्ग नहीं।
37. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(3, 1)$  को  $(-2, 5)$  से जोड़ने वाले मार्ग का  $\frac{3}{4}$  है।
38. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसके शीर्षों के निर्देशांक  $(6, -3), (3, K)$  तथा  $(-7, 7)$  हैं, 15 वर्ग इकाई है।  $K$  का मान ज्ञात कीजिए।
39. उस बिन्दु की भुजा ज्ञात कीजिए जिसकी कोटि 4 है तथा जिसकी बिन्दु  $(5, 0)$  से दूरी 5 इकाई है।
40.  $X$ -अक्ष पर स्थित एक बिन्दु  $P$ , बिन्दुओं  $(4, 5)$  और  $(1, -3)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को किसी अनुपात में विभाजित करता है। बिन्दु  $P$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
41. एक समकोण  $\triangle ABC, \angle B = 90^\circ$  तथा  $AB = \sqrt{34}$  इकाई। बिन्दु  $B$  और  $C$  के निर्देशांक क्रमशः  $(4, 2)$  और  $(-1, y)$  हैं। यदि क्षेत्र  $(\triangle ABC) = 17$  वर्ग इकाई, तो  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।
42. यदि समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक  $A(-3, 2) B(x, y)$  और  $C(1, 4)$  तथा  $AB = BC$  हैं।  $(2x + y)$  का मान ज्ञात कीजिए।
43. यदि बिन्दु  $P(3, 4)$  बिन्दुओं  $A(a+b, b-a)$  तथा  $B(a-b, a+b)$  से समदूरस्थ हो तो सिद्ध कीजिए  $3b - 4a = 0$ .

44. एक चतुर्भुज  $ABCD$  के शीर्षों के निर्देशांक क्रमशः  $A(-5, 7)$ ,  $B(-4, 5)$ ,  $C(-1, -6)$  और  $D(4, 5)$  हैं। चतुर्भुज  $ABCD$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
45. यदि  $\triangle PQR$  की भुजाओं के मध्य बिन्दु  $(1, 2)$ ,  $(0, 1)$  और  $(1, 0)$  हैं तो त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक निकालिए।
46. बिन्दुओं  $A(2, 1)$  तथा  $B(5, -8)$  को मिलाने वाला रेखाखण्ड बिन्दु  $P$  और  $Q$  पर त्रिभाजित होता है, बिन्दु  $P, A$  के निकट है। यदि बिन्दु  $P$  रेखा  $2x - y + k = 0$  पर भी स्थित हो तो  $K$  का मान ज्ञात कीजिए।
47. बिन्दुओं  $(3, 4)$  और  $(1, 2)$  को मिलाने वाला रेखाखण्ड बिन्दु  $P$  और  $Q$  पर त्रिभाजित होता है। यदि बिन्दु  $P$  और  $Q$  के निर्देशांक क्रमशः  $(p-2)$  और  $\left(\frac{5}{3}, q\right)$  हों तो  $p$  और  $q$  का मान ज्ञात कीजिए।
48. यदि  $A(-5, 7)$ ,  $B(-4, -5)$ ,  $C(-1, -6)$  और  $D(4, 5)$  किसी चतुर्भुज  $ABCD$  के शीर्ष हैं तो इसका क्षेत्रफल निकालिए।
49.  $\triangle ABC$  के शीर्षों के निर्देशांक  $A(5, 2)$ ,  $B(-5, -1)$  तथा  $C(3, -5)$  हैं। दिखाइए कि मध्यिका  $AD$  त्रिभुज  $ABC$  को दो बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुजों में बांटती है।
50. बिन्दुओं  $A(a, 0)$  तथा  $B(0, b)$  को जोड़ने वाले रेखाखण्ड पर एक बिन्दु  $P(x, y)$  स्थित है, दिखाइए कि  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .
51. यदि बिन्दु  $(x, y)$ ,  $(-5, -2)$  और  $(3, -5)$  संरेखीय हो तो सिद्ध कीजिए कि  $3x + 8y + 31 = 0$ .

### उत्तरमाला

- 
- |        |        |
|--------|--------|
| 1. $c$ | 2. $a$ |
| 3. $b$ | 4. $b$ |
| 5. $c$ | 6. $d$ |
| 7. $c$ | 8. $a$ |
-

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| 9. $a$                               | 10. $d$   |
| 11. $b$                              | 12. $b$   |
| 13. $d$                              | 14. $c$   |
| 15. $c$                              | 16. $a = \frac{1}{3}$                           |
| 17. 2 इकाई                           | 18. $a = 2$                                     |
| 20. $(-3, 4)$                        | 21. $(4, -4)$                                   |
| 22. $p = -1$                         | 23. $x - y = 2$                                 |
| 24. $\left( -\frac{1}{3}, 0 \right)$ | 25. $x = 1, 5$                                  |
| 26. 5 वर्ग इकाई                      | 27. $(0, 1)$                                    |
| 28. $a = 0, b = 10$                  | 29. $\left( \frac{10}{7}, \frac{33}{7} \right)$ |
| 30. 4, -8                            | 31. 5 इकाई                                      |
| 32. 5 इकाई                           | 33. $4\sqrt{2}$ इकाई                            |
| 34. $(-1, 3)$                        | 35. $(0, -2)$                                   |
| 37. $\left( -\frac{3}{4}, 4 \right)$ | 38. $K = \frac{21}{13}$                         |
| 39. 2, 8                             | 40. $\left( \frac{17}{8}, 0 \right)$            |
| 41. -1                               | 42. 1   |
| 44. 72 वर्ग इकाई                     | 45. $(2, 1), (0, 3), (0, -1)$                   |
| 46. $K = -8$                         | 47. $p = \frac{7}{3}, q = 0$                    |
| 48. 72 वर्ग इकाई                     |   |